2次元粉体乱流の相対拡散と統計則(非平衡系の物理-非平衡ゆらぎと集団挙動-,研究会報告)

礒部, 雅晴

2次元粉体乱流の相対拡散と統計則

名古屋工業大学　磯部 雅晴[1]

1 粉体気体 (Granular Gas) 再訪

1993 年の Goldhirsch&Zanetti の論文の出版以来、粉体自身の運動の時間スケールに比べ外場で特徴づけられる運動の時間スケールがはるかに小さい系に対し、非平衡統計物理学の伝統的手法を拡張した系統的研究が展開され、一大分野として確立している。この分野は特に、粉体気体 (Granular Gas) と呼ばれている [1]。粉体気体系における外場や境界の影響を排除した「自由冷却過程」は、初期状態を熱平衡状態とし粒子衝突が非弾性衝突する剛体球系 (Inelastic Hard Sphere:IHS) であり、イジングモデルや一様等方性乱流のような最も単純なモデル系の一つであるため、ミクロ (分子動力学:MD)、メソ (気体運動論)、マクロ (流体力学的方程式) の 3 つの階層構造から多くの研究がなされている。この系は、反発係数 $r = 1$ の熱平衡状態では、よく知られたアルダー転移が起こるだけだが、(熱力学極限では) 微小散逸を伴う準弾性極限でさえたちまち系が不安定化し、いくつかの時空スケールが出現する。一般に、一様な冷却状態から速度場、密度場の順に空間不均一性 (空間相関) が生じ不安定化 (シアリング、クラスター化) を起こし、最終アトラクター構造を形成して非平衡定常状態に到達する、もしくは非弾性コラプスをおこして破綻する。本研究では、「自由冷却過程の粉体気体」を再訪し、大規模分子動力学シミュレーションにより、2 次元乱流 (Two-Dimensional Turbulence) の観点から研究を遂行する。

2 2次元乱流系と本研究の計算モデル

2 次元非圧縮性ナビエストークス (Navier-Stokes:NS) 乱流は、粘性率ゼロの極限 (すなわちオイラー流体) でエネルギーとエンストロフィー (渦度の 2 乗) が保存量として存在し、自由減衰過程ではエンストロフィーカスケードが起こる。次元解析により発達した 2 次元乱流状態におけるエネルギースペクトルの指数は -3 となることが Kraichnan-Leith-Bachelor(KLB) らの理論により 35 年以上も前に予測されている [2]。粉体気体系の IHS モデルは、系が 3 つの無次元パラメーター (反発係数 r、全粒子数 N、粒子占有率 ν) で記述できる。また、剛体相互作用のため衝突は瞬間的に起こり、2 体衝突のみで時間発展する。我々は 2003 年に非平衡系に適用できる単純かつ高速な剛体球系 Event-Driven MD のアルゴリズム [3] を用い、粉体気体系の系統的な計算を実行した。その結果、2 次元乱流に特有ないくつもの現象が発見され、2 次元流体乱流で予測されたスケーリング指数そのものが初めて得られた [4]。この研究成果を踏まえ、今回は計算の規模を粒子数の点で 16 倍に拡大し、散逸スケールなどの空間構造の形成や相関関数の時間発展、スケーリングの性質に関して系統的に調べた。今回は系の大きさは、粒子数 N として最大約 420 万粒子 ($N = 2048^2$) 系で、粒子占有率 $\nu = 0.60$ と比較的高密流体とし、反発係数を高レイノルズ数に対応する弾性極限 (1 に非常に近い値) に設定し、1 粒子当たり最大約 7000 回衝突までの長時間計算を行った。

3 大規模シミュレーションの結果と考察

今回の大規模計算で新たに得られた主要な結果をまとめる (M. Isobe, (2010) 投稿中)。

[1]E-mail: isobe@nitech.ac.jp

(1) エネルギースペクトルの低波数側の指数は時間と共に増大し、密度不安定性 (クラスター化) が起こる直前で、KLB 理論の指数 -3 まで発展した。スペクトルの最小相関スケール $K_d \sim 2(\nu = 0.60$ の場合) から最小散逸スケール l_d を見積もると、散逸領域 (2 次元) にはほぼ $N \sim 10^3$ 粒子が関与しており、また最小散逸スケールは反発係数の変化に対し $1/\sqrt{1-r^2}$ でスケーリングできることがわかった (なお、$\nu = 0.25$ では $K_d \sim 0.7$、$\nu = 0.70$ では $K_d \sim 3$ 程度と粒子占有率依存性があった)。慣性領域は反発係数が弾性極限になるほど大きくなり、高レイノルズ数の状態になった。

(2) エンストロフィー散逸率は、全運動エネルギーが一定の拘束条件でスケールした時間 t_s に対してピークをとると同時にクラスター化が起こることがわかった。

(3) 2 次元非圧縮性等方性乱流ではテイラー長 λ は $\lambda = \sqrt{8\nu_{\rm vis}\langle \mathbf{u}^2\rangle/\langle\epsilon\rangle}$ となる。この長さを使ったレイノルズ数は、$R_\lambda = \sqrt{\langle u^2\rangle}\lambda/\nu_{\rm vis}$ となる。粉体気体のエネルギー散逸率 $\langle\epsilon\rangle$ は、Haff 則やシミュレーションからも見積もれる。また、動粘性係数 $\nu_{\rm vis}$ を $r = 1$ の Enskog 理論から援用して見積もると、初期状態では $R_\lambda \sim 12$ であるが、エンストロフィー散逸率が最大となるクラスター化直前では $R_\lambda \sim 445$ まで増大し、実験室規模の流体乱流 $\mathcal{O}(10^2 \sim 10^3)$ と同程度になる。これにより粉体気体系の乱流化を示す定量的な根拠が得られた。

(4) 密度不安定性 (クラスター化) 後のエネルギー緩和は、$E(t) \sim t^{-1}$ が理論予測されているが、高密度ではべき指数が -1 から逸脱した。さらに $t_s \sim 800$ 付近 ($\nu = 0.60$ の場合) からべき緩和からも逸脱することがわかった。この原因は、クラスター同士が衝突し内部で衝撃波が発生しているためと考えら、衝突率の時間発展からも裏付けられた。また、粒子の相対拡散距離が $r(t_s) \sim l_d$ を境に、散逸領域と慣性領域とを分けるよい指標になっていることを確認し、システムサイズが十分に大きいため、クラスター衝突は、$r(t_s)$ がシステムサイズに到達する前で起きるため、周期境界条件の影響ではなく熱力学極限で存在することも確認できた。

(5) 高密度系 ($\nu = 0.75$) での $N = 512^2$ の計算では、シアバンド状態と 2 渦状態に加えて、1 渦状態の最終アトラクターが見出された。これは理論の予測外の結果であり、ほとんど同じ反発係数でさえ、最終状態に大きな違いが生じることがわかった。高密度系では、相関長がシステムサイズを容易に超え、低波数側縮退モードを励起している可能性がある。実際、2 次元流体乱流では Bose-Einstein 凝縮と呼ばれる新しい現象が生じることが Kraichnan により指摘されており、パターンが酷似していることがわかった。このような観点から普遍的な散逸構造の探求として、今後の研究の展開が大変興味深い。

2 次元自由冷却過程の粉体気体系は、2 次元 NS 乱流と顕著な類似点が存在し、低密度系ではエンストロフィーカスケード (KLB 理論)、高密度系では Bose-Einstein 凝縮、といった概念で統一的に理解できる可能性を数値的に示した。Event-Driven MD による粉体気体系の研究は、乱流の統計則並びに乱流化のミクロな起源を探究する重要な方法論 (新しいツール) を提供している。

参考文献

[1] I. Goldhirsch, Annu. Rev. Fluid. Mech. **35** (2003), 267.

[2] R. H. Kraichnan and D. Montgomery, Rep. Prog. Phys. **43** (1980) 547.; P. Tabeling, Phys. Rep. **362** (2002), 1.

[3] M. Isobe, Int. J. Mod. Phys. C **10** (1999) 1281.

[4] M. Isobe, Phys. Rev. E **68** (2003) 040301(R).; 数理解析研究所講究録 **1413** (2005), 239.